MODUL AJAR MATEMATIKA

Pendekatan Pembelajaran Mendalam (Deep Learning)

I. IDENTIFIKASI	
Identitas Umum	**Nama :** Emilia MR, S,Pd **Sekolah :** SMK N 3 REJANG LEBONG **Mapel :** Matematika **Kelas/Fase:** XI / Fase F **Semester :** 1 (Ganjil) **Durasi :** 135 menit
Kesiapan Siswa	Murid telah memiliki pemahaman dasar tentang pola bilangan dan operasi hitung dasar (penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian). Beberapa peserta didik mungkin sudah pernah terpapar konsep barisan dan deret secara intuitif dalam kehidupan sehari-hari, misalnya dalam melihat pola pertumbuhan tanaman, jumlah kursi dalam sebuah bioskop, atau perhitungan bunga tabungan sederhana.
Profil Lulusan	Keimanan dan ketaqwaan terhadap Tuhan YME Penalaran Kritis Kolaborasi Kreativitas Kemandirian
II. DESAIN PEMBELAJARAN	
Capaian Pemb.	Menjelaskan barisan dan deret (aritmetika dan geometri), menerapkannya pada beragam masalah terutama masalah bunga tunggal dan majemuk, memodelkan pinjaman dan investasi dengan bunga majemuk dan anuitas, serta menyelidiki (secara numerik atau grafis) pengaruh masing-masing parameter (suku bunga, periode pembayaran) dalam model tersebut
Tujuan Pemb.	Murid mampu menjelaskan konsep deret aritmetika
Pemahaman Bermakna	*"Memahami deret aritmetika memungkinkan kita untuk menghitung akumulasi nilai secara cepat dalam kehidupan nyata, seperti total tabungan dengan setoran tetap yang meningkat, perhitungan total kapasitas kursi di stadion yang berbentuk melingkar, hingga estimasi total biaya operasional perusahaan dalam jangka waktu tertentu."*
Topik	Barisan dan Deret Aritmetika
Pedagogis	**Model:** Problem Based Learning (PBL) **Metode:** Ceramah Interaktif, Tanya Jawab, Diskusi Kelompok
Lingkungan & Digital	**Lingkungan:** Ruang Fisik **Digital:** -

III. LANGKAH-LANGKAH PEMBELAJARAN

TAHAP	KEGIATAN & PRINSIP	DURASI
Pendahuluan	Guru membuka kelas dengan salam ramah, berdoa bersama, dan	10

	mengecek kehadiran kesiapan siswa menyapa murid dengan teknik 'Emoji Check-in' untuk mengetahui perasaan mereka dan melakukan kuis interaktif singkat (ice breaking) menebak pola angka sederhana untuk memicu rasa ingin tahu. ★ ***Prinsip: Menggembirakan***	menit
Inti Problem Based Learning (PBL)	Orientasi Masalah: Murid diberikan narasi tentang seorang pengusaha yang ingin menghitung total produksi barang selama 12 bulan jika pada bulan pertama memproduksi a unit dan meningkat b unit tiap bulan. Murid diminta memikirkan cara tercepat menghitung totalnya tanpa menjumlahkan satu per satu. ★ ***Prinsip: Bermakna***	15 menit
	Mengorganisasi Murid: Murid dibagi ke dalam kelompok kecil (4-5 orang) dan diberikan LKPD (Lembar Kerja Peserta Didik) yang berisi panduan eksplorasi pola penjumlahan angka 1 sampai 100 (metode Gauss). ★ ***Prinsip: Bermakna***	15 menit
	Membimbing Penyelidikan: Murid melakukan manipulasi aljabar untuk menemukan rumus S_n. Guru berkeliling memberikan scaffolding, mengarahkan murid melihat hubungan antara suku pertama (a), suku terakhir (U_n), dan jumlah suku (n). ★ ***Prinsip: Bermakna***	40 menit
	Mengembangkan dan Menyajikan Hasil: Kelompok menyusun representasi visual (poster atau slide) yang menjelaskan konsep deret aritmetika dan pembuktian rumus $S_n = n/2\ (a + U_n)$ atau $S_n = n/2\ (2a + (n-1)b)$. ★ ***Prinsip: Bermakna***	25 menit
	Menganalisis dan Mengevaluasi: Perwakilan kelompok mempresentasikan hasil diskusinya. Guru memberikan penguatan dan meluruskan miskonsepsi jika ada murid yang tertukar antara konsep barisan (U_n) dan deret (S_n). ★ ***Prinsip: Bermakna***	15 menit
Penutup	Refleksi Metakognisi: Murid merenungkan proses berpikir mereka dengan menjawab pertanyaan: 'Bagaimana pola pikir saya berubah setelah menemukan rumus ini?' ★ ***Prinsip: Berkesadaran***	7 menit
	Apresiasi dan Mindfulness: Sesi ditutup dengan teknik pernapasan sejenak untuk mengintegrasikan pembelajaran dan pemberian apresiasi kepada seluruh kelas atas kolaborasi yang dilakukan. ★ ***Prinsip: Berkesadaran***	8 menit

Mengetahui,
Kepala Sekolah

Budi Setia Edy, S.Pd
NIP. NIP.196702212006041004

Guru Mata Pelajaran

Emilia MR, S,Pd
NIP.19730416200012002

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD)

Matematika - XI

Kelompok	.....
Nama Anggota	1. ..... 2. ..... 3. .....

KEGIATAN: LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD): MENEMUKAN KONSEP DERET ARITMETIKA

A. Petunjuk Belajar:
Bacalah narasi masalah produksi barang yang diberikan oleh guru dengan saksama.
Diskusikan setiap langkah aktivitas dalam kelompok (4-5 orang).
Lakukan eksplorasi pola angka dengan metode Gauss untuk menemukan rumus umum.
Gunakan hasil diskusi ini untuk menyusun poster atau slide presentasi kelompok.

B. Langkah Kerja & Pertanyaan:

1. Identifikasi Masalah: Berdasarkan narasi pengusaha, tuliskan apa perbedaan antara mencari 'jumlah produksi pada bulan ke-12' (U_{12}) dengan 'total produksi selama 12 bulan' (S_{12})!

...

2. Eksplorasi Pola (Metode Gauss): Jika kita ingin menjumlahkan angka 1 sampai 100, kita bisa memasangkan (1 + 100), (2 + 99), (3 + 98), dan seterusnya. Berapakah hasil penjumlahan setiap pasangan tersebut dan ada berapa banyak pasangan yang terbentuk dari 100 angka?

Hasil setiap pasangan = ... , Banyaknya pasangan = ... , Maka total jumlah 1 sampai 100 adalah ... x ... = ...

3. Generalisasi Rumus: Jika S_n adalah jumlah n suku pertama, kita tuliskan secara normal dan secara terbalik:
$S_n = a + (a + b) + ... + U_n$
$S_n = U_n + (U_n - b) + ... + a$
---------- +
Jika kedua persamaan di atas dijumlahkan, maka $2S_n$ sama dengan penjumlahan ($a + U_n$) sebanyak n kali. Tuliskan persamaan $2S_n$ tersebut!

$2S_n = n \times (\ldots + \ldots)$

4. Penurunan Rumus Pertama: Dari hasil nomor 3, tentukan rumus S_n dalam bentuk variabel n, a, dan U_n!

$S_n = n/2 (\ldots + \ldots)$

5. Penurunan Rumus Kedua: Kita tahu bahwa rumus suku ke-n adalah $U_n = a + (n - 1)b$. Substitusikan U_n tersebut ke dalam rumus S_n pada nomor 4 untuk mendapatkan rumus deret dalam bentuk variabel a dan b!

$S_n = n/2 (a + (a + (\ldots - 1) \ldots))$ sehingga $S_n = n/2 (2a + (\ldots - 1) \ldots)$

6. Aplikasi Masalah: Jika pengusaha tersebut memproduksi a = 50 unit pada bulan pertama dan meningkat b = 10 unit setiap bulan, hitunglah total produksi selama 12 bulan (S_{12}) menggunakan rumus yang telah ditemukan!

$S_{12} = 12/2 (2(\ldots) + (12-1)(\ldots)) = \ldots (\ldots + \ldots) = \ldots$ unit.

- **Hasil penjumlahan setiap pasangan** adalah **101**.
  Contoh: (1 + 100) = 101), (2 + 99) = 101), (3 + 98) = 101), dan seterusnya.
- **Banyaknya pasangan yang terbentuk** adalah **50 pasangan**.
  Jumlah ini didapat dari total 100 angka yang dibagi menjadi dua untuk saling berpasangan(100 : 2 = 50).
  Jika dilanjutkan untuk mencari total seluruh penjumlahannya, Anda tinggal mengalikan hasil keduanya:
  Tota =50 x 101= 5.050

INSTRUMEN ASESMEN

1. Asesmen Awal (Diagnostik Kognitif)

No	Pertanyaan	Rencana Tindak Lanjut
1	Jika diberikan pola bilangan 2, 5, 8, 11, ..., berapakah beda (b) dari pola tersebut dan tentukan suku ke-5?	Beda (b) = 3; Suku ke-5 = 14.
2	Apa perbedaan mendasar antara 'barisan bilangan' dan 'penjumlahan bilangan' menurut pemahamanmu saat ini?	Barisan adalah urutan bilangan, sedangkan penjumlahan bilangan adalah hasil total dari anggota barisan tersebut.
3	Tanpa menghitung satu per satu, bagaimana cara tercepat menjumlahkan 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6?	Memasangkan ujung depan dan belakang (1+6, 2+5, 3+4) yang hasilnya selalu 7, lalu dikalikan 3 pasang = 21.

2. Asesmen Proses (Observasi)

No	Indikator	Ya	Tidak
1	Keterlibatan dalam eksplorasi metode Gauss.		
2	Kemampuan melakukan manipulasi aljabar.		
3	Ketepatan membedakan U_n dan S_n.		

3. Asesmen Akhir & Rubrik

Soal 1:
Jelaskan dengan kata-katamu sendiri bagaimana rumus $S_n = n/2 (a + U_n)$ terbentuk dari logika penjumlahan berpasangan (metode Gauss)!

Soal 2:
Seorang pengusaha memproduksi 100 unit barang di bulan pertama. Setiap bulan produksinya meningkat 20 unit secara tetap. Hitunglah total seluruh barang yang diproduksi selama 12 bulan menggunakan rumus deret aritmetika!

Soal 3:
Dalam konteks deret aritmetika, apa yang terjadi pada nilai S_n jika nilai beda (b) adalah nol? Jelaskan alasannya.

Kriteria	Mahir	Cakap	Layak	Baru Berkembang
Pemahaman Konsep Deret	Mampu menjelaskan kaitan antara barisan dan deret serta membuktikan rumus S_n dengan logika yang sangat jelas.	Mampu menjelaskan konsep deret aritmetika dan menggunakan rumus S_n dengan benar.	Mampu menjelaskan konsep deret secara sederhana namun masih membutuhkan bantuan dalam pembuktian rumus.	Belum mampu membedakan antara konsep barisan (U_n) dan deret (S_n).
Penyelesaian Masalah (Konteks Produksi)	Sangat akurat dalam mengidentifikasi variabel (a, b, n), memasukkannya ke rumus, dan memberikan interpretasi hasil.	Akurat dalam mengidentifikasi variabel dan menghitung hasil akhir dengan rumus yang tepat.	Mampu mengidentifikasi variabel tetapi terdapat kesalahan minor dalam perhitungan aljabar.	Salah dalam mengidentifikasi variabel atau salah dalam memilih rumus yang digunakan.
Komunikasi Hasil (Poster/Presentasi)	Representasi visual sangat sistematis, menunjukkan alur penemuan rumus dari metode Gauss hingga rumus umum.	Representasi visual jelas dan mencakup penjelasan rumus S_n dengan benar.	Representasi visual cukup jelas namun penjelasan alur penemuan rumus kurang lengkap.	Representasi visual membingungkan atau hanya menyalin rumus tanpa penjelasan konsep.

BAHAN BACAAN

Efisien dalam Perhitungan: Menguasai Konsep Deret Aritmetika untuk Akumulasi Produksi

Pendahuluan:

*Bayangkan Anda adalah seorang pengusaha sukses yang sedang mengevaluasi performa pabrik. Pada bulan pertama, pabrik Anda mampu memproduksi **a** unit barang. Karena permintaan pasar yang terus meningkat, Anda memutuskan untuk menambah jumlah produksi secara konsisten sebesar **b** unit setiap bulannya. Masalah muncul ketika Anda harus melaporkan total seluruh barang yang telah diproduksi selama 12 bulan (satu tahun). Menjumlahkan angka satu per satu tentu tidak efisien. Di sinilah konsep **Deret Aritmetika** menjadi kunci untuk menemukan solusi perhitungan cepat dan akurat.*

Membedakan Barisan dan Deret Aritmetika

Sebelum melangkah lebih jauh, sangat penting untuk memahami perbedaan antara barisan dan deret. Barisan aritmetika adalah urutan angka dengan pola penambahan yang tetap, disimbolkan dengan $\mathbf{U_n}$ (suku ke-n). Contohnya, jumlah produksi pada bulan ke-12 saja adalah $\mathbf{U_{12}}$. Sementara itu, **Deret Aritmetika** adalah hasil penjumlahan dari suku-suku barisan tersebut, disimbolkan dengan $\mathbf{S_n}$. Jadi, total produksi dari bulan pertama hingga bulan ke-12 adalah $\mathbf{S_{12}}$. Jangan sampai tertukar: $\mathbf{U_n}$ adalah nilai pada titik tertentu, sedangkan $\mathbf{S_n}$ adalah akumulasi totalnya.

Inspirasi Metode Gauss: Pola Penjumlahan Cepat

Cara tercepat menghitung deret ditemukan oleh matematikawan Carl Friedrich Gauss saat ia masih kecil. Ketika diminta menjumlahkan angka 1 sampai 100, Gauss menyadari bahwa: (1 + 100) = 101, (2 + 99) = 101, (3 + 98) = 101, dan seterusnya. Karena ada 100 angka, maka terdapat 50 pasangan yang masing-masing berjumlah 101. Secara matematis, ini ditulis sebagai 100/2 x (1 + 100) = 5050. Pola ini membuktikan bahwa kita hanya perlu mengetahui suku pertama, suku terakhir, dan banyaknya suku untuk menghitung total penjumlahan tanpa harus menjumlahkannya satu per satu.

Menurunkan Rumus Umum S_n

Berdasarkan pola Gauss, kita dapat menyusun rumus umum deret aritmetika. Jika $\mathbf{S_n}$ adalah jumlah n suku pertama, **a** adalah suku pertama, dan $\mathbf{U_n}$ adalah suku terakhir, maka: $\mathbf{S_n = n/2 (a + U_n)}$. Mengingat rumus suku ke-n adalah $\mathbf{U_n = a + (n - 1)b}$, kita dapat mengganti $\mathbf{U_n}$ dalam rumus pertama sehingga menjadi: $\mathbf{S_n = n/2 (a + (a + (n - 1)b))}$, yang disederhanakan menjadi: $\mathbf{S_n = n/2 (2a + (n - 1)b)}$. Rumus inilah yang akan membantu pengusaha tadi menghitung total produksi selama 12 bulan dengan memasukkan nilai **n = 12**, jumlah produksi awal (**a**), dan peningkatan tiap bulan (**b**).

Pojok Pengetahuan

Carl Friedrich Gauss menjumlahkan angka 1 hingga 100 hanya dalam hitungan detik saat guru sekolah dasarnya memberikan tugas tersebut sebagai hukuman agar kelas menjadi tenang.

Glosarium & Referensi

Deret Aritmetika	Jumlah dari suku-suku pada barisan aritmetika.
S_n	Simbol untuk jumlah n suku pertama dalam sebuah deret.
Suku Pertama (a)	Nilai awal dalam sebuah barisan atau deret.
Beda (b)	Selisih tetap antara dua suku yang berurutan dalam barisan aritmetika.
Manipulasi Aljabar	Proses mengubah bentuk persamaan matematika tanpa mengubah nilai intrinsiknya untuk menemukan rumus baru.

Daftar Pustaka:

- Buku Matematika Siswa Kelas XI Kurikulum Merdeka
- Sejarah Matematika: Metode Penjumlahan Cepat Gauss
- Penerapan Konsep Deret dalam Estimasi Produksi Ekonomi

REFLEKSI & TINDAK LANJUT

A. Refleksi Pendidik (Berkesadaran)

- Apakah media pembelajaran yang digunakan sudah mampu memvisualisasikan perbedaan antara barisan dan deret aritmetika?
- Apakah penyampaian analogi (seperti metode Gauss) efektif dalam membantu siswa menemukan konsep rumus Sn?
- Bagian mana dari penjelasan konsep yang paling banyak memicu pertanyaan atau kebingungan siswa?

B. Refleksi Peserta Didik (Menggembirakan)

- Dapatkah saya menjelaskan dengan bahasa sendiri perbedaan antara suku ke-n (Un) dan jumlah n suku pertama (Sn)?
- Apakah saya memahami hubungan antara selisih antar suku (beda) dengan hasil akhir dari deret tersebut?
- Bagaimana perasaan saya saat mencoba menemukan pola penjumlahan angka secara berurutan?

Program Remedial	**Program Pengayaan**
Memberikan latihan terbimbing dengan fokus pada penjumlahan manual suku-suku barisan aritmetika sederhana ($n < 5$) sebelum beralih ke penggunaan rumus Sn, serta memperkuat pemahaman identifikasi variabel a (suku pertama) dan b (beda).	Pemberian soal pemecahan masalah (HOTS) yang melibatkan penerapan deret aritmetika dalam kehidupan sehari-hari, seperti perhitungan total tabungan dengan bunga tetap atau penataan kursi stadion, serta pengenalan notasi Sigma.